**למידת מכונה - מטלה 1**

מגישים: איתי רפיעי (208426106), אלמוג יעקב מעטוף (203201389)

פתרנו את כל המטלה בפגישות זום משותפות באופן שווה. תוך כדי שיתוף דרכי חשיבה והסקת מסקנות.

1. עבור כל צד בקובייה אנו צריכים שיתקיים

כלומר,

*כאשר הוא משתנה מקרי ברנולי הסופר את מספר המופעים של הספרה בקובייה בהתאמה*

*ע"פ נתוני השאלה שזהו ה"חלון" (המרחק [בערך מוחלט] מהממוצע).*

*כמו כן, (חסם על הטעות) כיוון שאנו רוצים הצלחה בלפחות*

*(כלומר, אנו רוצים שתמיד יתקיים ולכן נבחר ).*

*מכאן, צריך להתקיים:*

*המשתנים המקריים שהגדרנו הינם משתנים ברנולים לכן נוכל להפעיל את הופדינג על המשתנים. מכאן, ע"פ שווין הופדינג:*

*כלומר, נדרוש:*

*נבודד את כפי שעשינו בהרצאה ונקבל:*

1. *ע"פ הנתון, הטעות האמפירית עבור החוק הנ"ל הינה 0.15. כלומר, .*

*נשים לב כי H מוגדר להיות סט החוקים המכיל את כל התוכניות בגודל 50 ביטים בדיוק. לכן, מספר החוקים הקיימים לנו הוא .*

*נשתמש בחסם ההכללה שלמדנו בהרצאה על מנת לקבל חסם עליון על הטעות האמיתית:*

*כאשר היא הטעות. וכאשר הוא מספר הנקודות.*

*נקבל:*

*אבל אנו רוצים שהטעות האמיתית תהיה חסומה מלמעלה ע"י . לכן נדרוש:*

*נבודד את :*

1. *נשתמש בסעיף א' על מנת לקבל את הערך המינימלי עבור .*

*על פי הנתון , . לכן, נציב את הנתונים במשוואה שקיבלנו בסעיף א'*

*נבודד את :*

*כלומר, הערך המינימלי הינו*

1. *נשים לב כי מדובר על התפלגות אחרת, עבורה אין לנו שום מידע.*

*אם חוק עקבי על נקודות של התפלגות מסוימת אינו מחייב שהחוק יהיה עקבי על התפלגות אחרת.*

*לכן, נוכל לקבל טעות אמיתית שונה מזו שקיבלנו בסעיף ב' ואולי טעות אמיתית זהה.*

*מכאן, לא נוכל להסיק דבר מכך.*

2. *נשים לב כי ישנם 7 סכומים שונים היכולים להתקבל משליפת שני קלפים (2-8)*

*נחשב את ההסתברות לקבלת כל סכום: (כאשר מס' הצירופים האפשריים הוא 4\*4=16)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *הסכום* | *הצירופים* | *ההסתברות* |
| *2* | (1,1) |  |
| *3* | (1,2), (2,1) |  |
| *4* | (1,3), (2,2), (3,1) |  |
| *5* | (1,4), (2,3), (3,2), (4,1) |  |
| *6* | (2,4), (3,3), (4,2) |  |
| *7* | (3,4), (4,3) |  |
| *8* | (4,4) |  |

*ולכן ההסתברות לתוצאת "תיקו" היא ההסתברות של כל סכום כפול ההסתברות לקבלת אותו סכום שנית. לכן ההסתברות לתוצאות תיקו הינה:*

*נשים לב כי הסיכוי שאחד מהשחקנים ינצח הוא המשלים של ההסתברות לקבלת תיקו.*

*כלומר, .*

*אך ע"פ הנתון הסיכוי של כל שחקן לנצח שווה ולכן בפרט ההסתברות של שחקן* A *לנצח הינה: . ובאופן דומה ההסתברות של שחקן* B *לנצח הינה: .*

1. *אם ישנם 100 סיבובים ממוצע הניצחונות של שחקן A היא כפל ההסתברות של שחקן A לנצח בסיבוב בודד כפול מספר הסיבובים ולכן נקבל: .*

*באופן דומה נחשב את ממוצע הסיבובים בהם נקבל תיקו:*

1. *עבור 100 סיבובים ניתן חסם עליון לסיכוי ששחקן A ינצח לכל הפחות ב50 סיבובים.*

*נשים לב כי נוכל להשתמש בממוצע הניצחונות שקיבלנו בסעיף ב' על מנת להציב בנוסחאות המתאימות.*

*נסמן: X משתנה מקרי הסופר את מספר הניצחונות של שחקן A.*

*חישוב החסם העליון בעזרת מרקוב:*

*חישוב החסם העליון בעזרת צ'רנוף:*

*נחשב את ערך המתאים (על מנת לקבל את המאורעות בהם ):*

*לכן:*

*נשים לב כי אכן ערך מקיים את התנאי לשימוש במשוואת צ'רנוף.*

*חישוב החסם העליון בעזרת הופדינג:*

*חישוב בעזרת צ'רנוף:*

*נגדיר משתנה מקרי Y הסופר את מספר הסיבובים בהם שחקן A* ***לא ניצח****.*

*התוחלת עבור משתנה המקרי Y הינה . (המשלים להסתברות שA מנצח)*

*נחשב את ערך המתאים (על מנת לקבל את המאורעות בהם ):*

*נחשב את ההסתברות לטעות:*

*אבל אנו רוצים שהטעות תהיה קטנה ממש מ0.01.*

*לכן, נדרוש:*

*קיבלנו שני פתרונות:*

*הפרבולה מחייכת ולכן רק עבור נקבל חסם תחתון על קיום המשוואה.*

*כלומר, שחקן A יצטרך לשחק לפחות 173 סיבובים על מנת לנצח בלפחות 35 סיבובים בהסתברות של לפחות 99%.*

*חישוב בעזרת הופדינג:*

*אבל אנו רוצים שהטעות תהיה קטנה מ0.01.*

*לכן, נדרוש:*

*הפתרונות למשוואה הן: וגם*

*הפתרון נפסל מכיוון שעבור כל הצבה של בטווח זה מביאה לכדי אפסילון שלילי.*

*מכאן, הפתרון האפשרי הינו . כלומר .*

*ואכן עבור נקבל אפסילון חיובי.*

*נסיק כי שחקן A יצטרך לשחק לפחות 130 סיבובים על מנת לנצח בלפחות 35 סיבובים בהסתברות של לפחות 99%.*